Wymagania edukacyjne z matematyki

IV Liceum Ogólnokształcące

klasa 3

poziom rozszerzony

1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
- zaznacza kąt w układzie współrzędnych
- określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
- określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
- zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360° + \alpha, k \in \mathbf{Z}$
- zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
- odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
- szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
- szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y = |f(x)|$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
- uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
- zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90° \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
- stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
- rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
- posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
- stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
- wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
- szkicuje wykres funkcji okresowej
- stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
- stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
- szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f(|x|)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
- na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
- stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych

- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
- udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
- stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na niższe oceny oraz dodatkowo:

- wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
- rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
- rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
- stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
- wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
- stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
- oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
- stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
- podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
- podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
- wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
- opisuje koło w układzie współrzędnych
- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
- rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
- wykonuje działania na wektorach
- sprawdza, czy wektory są równoległe
- stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
- stosuje działania na wektorach do podziału odcinka

- wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
- wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
- stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
- stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
- sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
- wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
- stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
- określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
- wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
- stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
- podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
- opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
- stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
- stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na niższe oceny oraz dodatkowo:

- wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

3. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
- szkicuje wykres ciągu
- wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
- wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
- podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
- uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
- wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych

przypadkach
- wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
- podaje przykłady ciągów arytmetycznych
- wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
- określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
- sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
- oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- podaje przykłady ciągów geometrycznych
- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
- określa monotoniczność ciągu geometrycznego
- sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
- oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
- stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
- oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
- oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
- ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
- ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
- podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
- rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
- stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
- sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
- oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
- bada monotoniczność ciągów
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
- rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
- uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory

na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
- rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
- stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
- uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
- oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
- wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
- zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na niższe oceny oraz dodatkowo:

- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
- rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
- wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
- uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
- oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
- oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
- wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
- wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
- wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
- wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
- sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
- oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
- wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
- wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
- stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
- wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach

- stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
- korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
- podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
- wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
- uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
- wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
- rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
- podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
- szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
- uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
- oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
- oblicza granice funkcji w nieskończoności
- wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
- bada ciągłość funkcji
- wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
- stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
- oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
- uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
- stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
- wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
- wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
- wyznacza pochodną funkcji złożonej
- stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
- wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
- uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
- wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
- uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
- wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
- rozwiązuje zadania optymalizacyjne

- bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na niższe oceny oraz dodatkowo:

- wyprowadza wzory na pochodne funkcji
- wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
- wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

5. STATYSTYKA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
- odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
- oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
- odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
- wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
- rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na niższe oceny oraz dodatkowo:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki