

Wymagania edukacyjne z matematyki

IV Liceum Ogólnokształcące

klasa 3

poziom podstawowy i rozszerzony

1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
- zaznacza kąt w układzie współrzędnych
- określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90° , 120° , 135° , 150°
- określa położenie ramienia końcowego kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
- zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
- zapisuje miarę danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
- zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
- odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
- szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - p)$ oraz $y = f(x) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
- uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne
- stosuje w prostych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$
- rozwiązuje równania trygonometryczne typu $\sin \alpha = a$

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 210° , 225° , 240° , 300° , 330°
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta α o danej mierze łukowej, gdy $\alpha \in [0; \pi]$
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych i określa ich własności
- szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
- uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne oraz podaje odpowiednie założenia
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dane są wartości funkcji sinus lub cosinus
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta
- stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
- rozwiązuje proste równania trygonometryczne

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np. -90° , -315° ,

1080°

- oblicza wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów
- wyznacza w trudniejszych przypadkach kąt, gdy dana jest wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
- szkicuje wykres funkcji okresowej
- stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
- stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
- na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa własności tych funkcji
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość funkcji tangens
- udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
- stosuje w trudniejszych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
- stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania równań trygonometrycznych
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą, dostateczną i dobrą oraz dodatkowo:

- udowadnia w trudniejszych przypadkach tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
- stosuje w trudniejszych przypadkach wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań z parametrem
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań z kontekstem realistycznym

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego lub potrojonego kąta
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
- wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
- podaje równanie okręgu o danym środku i danym promieniu

- podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej
- sprawdza, czy punkt należy do okręgu opisanego równaniem
- wyznacza równanie okręgu o danym środku przechodzącego przez dany punkt
- w prostych przypadkach rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem drugiego stopnia
- wykonuje działania na wektorach
- wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
- wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- stosuje wzór na odległość między punktami w prostych zadaniach dotyczących wielokątów
- stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania prostych zadań
- podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci ogólnej
- sprawdza w prostych przypadkach, czy dane równanie jest równaniem okręgu
- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie dwóch okręgów
- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
- w prostych przypadkach rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem drugiego stopnia, i podaje ich interpretację geometryczną
- sprawdza, czy wektory są równoległe
- stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
- stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
- wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
- stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania prostych zadań
- stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
- stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań dotyczących wielokątów
- sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
- stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
- określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami, z których jedno jest równaniem z parametrem, w zależności od wartości tego parametru
- stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
- stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną
- stosuje w bardziej złożonych przypadkach własności symetrii osiowej i symetrii środkowej

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą, dostateczną i dobrą oraz dodatkowo:

- wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
- wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
- stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
- wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
- stosuje w bardziej złożonych zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

3. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
- szkicuje wykres ciągu
- wyznacza w prostych przypadkach wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość)
- wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada w prostych przypadkach monotoniczność ciągu
- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie
- podaje przykłady ciągów arytmetycznych
- wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
- określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
- stosuje w prostych przypadkach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
- sprawdza w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest arytmetyczny
- oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- podaje przykłady ciągów geometrycznych
- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
- oblicza w prostych przypadkach sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
- ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
- podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$, oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
- rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy dany ciąg ma granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
- sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
- wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek
- podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
- uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
- bada monotoniczność ciągu
- wyznacza w prostych przypadkach wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny
- wyznacza w prostych przypadkach wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego dwa wyrazy
- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
- określa monotoniczność ciągu geometrycznego
- sprawdza w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest geometryczny
- wyznacza w prostych przypadkach wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny
- oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
- stosuje w prostych przypadkach własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
- oblicza w prostych przypadkach oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania
- ustala w prostych przypadkach liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości
- stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
- oblicza w prostych przypadkach granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
- oblicza sumę szeregu geometrycznego

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- wyznacza w trudniejszych przypadkach wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
- bada w trudniejszych przypadkach monotoniczność ciągu
- rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
- rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
- rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
- oblicza w trudniejszych przypadkach granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
- stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
- oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
- zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły
- wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny

- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
- wyznacza w prostych przypadkach dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą, dostateczną i dobrą oraz dodatkowo:

- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
- uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
- uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
- oblicza w trudniejszych przypadkach granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
- wyznacza w trudniejszych przypadkach dziedzinę i szkicuje wykresy funkcji opisanych szeregiem geometrycznym

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
- rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
- wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
- uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie, np. na podstawie jej wykresu
- oblicza w prostych przypadkach granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach
- wyznacza w prostych przypadkach granice funkcji w nieskończoności
- oblicza w prostych przypadkach pochodną funkcji w punkcie
- wyznacza w prostych przypadkach równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
- wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
- stosuje w prostych przypadkach twierdzenie o pochodnej sumy i różnicy funkcji do wyznaczania pochodnej funkcji
- korzysta w prostych przypadkach z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
- podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
- wyznacza w prostych przypadkach ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum

- wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- oblicza w prostych przypadkach granice jednostronne funkcji w punkcie
- wyznacza w prostych przypadkach równania asymptot pionowych oraz poziomych wykresu funkcji
- wyznacza w prostych przypadkach granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie
- sprawdza w prostych przypadkach, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie
- oblicza w prostych przypadkach pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji
- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX
- wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie, w tym również w prostych przypadkach funkcji złożonej
- wyznacza w prostych przypadkach wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę
- stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał
- korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
- wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
- uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
- wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym
- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne
- podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
- szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
- uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
- oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $\square = \sqrt{\square(\square)}$
- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
- oblicza granice funkcji w nieskończoności
- wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
- bada ciągłość funkcji
- wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie
- stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
- stosuje twierdzenia o pochodnej iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
- wyznacza pochodną funkcji złożonej
- stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
- wyznacza w trudniejszych przypadkach przedziały monotoniczności funkcji
- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna

- wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
- uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
- rozwiązuje nieskomplikowane zadania optymalizacyjne

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą, dostateczną i dobrą oraz dodatkowo:

- oblicza granice funkcji trygonometrycznych
- wyznacza w trudniejszych przypadkach równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
- wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w przedziale
- oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji
- uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie
- stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza w trudniejszych przypadkach kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX
- wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
- wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
- uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
- wyznacza w trudniejszych przypadkach ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
- rozwiązuje zadania optymalizacyjne
- bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- wyprowadza wzory na pochodne funkcji
- wyprowadza wzory na pochodne sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
- wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

5. STATYSTYKA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
- oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- wykorzystuje w prostych zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą, jeśli opanował wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną oraz dodatkowo:

- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
- wykorzystuje w trudniejszych zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną

Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował wymagania na oceny dopuszczającą, dostateczną i dobrą oraz dodatkowo:

- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące średniej arytmetycznej, mediany i dominanty
- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące statystyki

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki